カクタススケルトン等の螺旋葉序の可視化
およびシンパー・ブラウン法則の検証

○大久保　直也[1]、野口　文雄[1]、細矢　治夫[2]
[1]埼玉大学工学部応用化学科（〒338-8570　埼玉県さいたま市桜区下大久保 255）
[2]お茶の水女子大学名誉教授（〒112-8610　東京都文京区大塚 2-1-1）

【緒言】

黄金比[1)]、あるいは連続するフィボナッチ数[2)]の比と多くの生物系の成長との間には興味深い関係がある。その 1 つの螺旋葉序では「茎の下方から節ごとに異なる方向に葉が出る場合に、r 回転する間に n 枚目でピッタリ元と同じ位置に葉がつくとき、これを r / n と表す。このとき r / n は次のいずれかになる」というシンパー・ブラウンの法則があり、r / n を葉序 ϕ で表す。

$$1/n,\ 1/(n+1),\ 2/(2n+1),\ 3/(3n+2),\ 5/(5n+3),\ 8/(8n+5),\ \cdots$$

この関係を検証するために、今回はカクタススケルトンを取り上げ、その成長過程に形成される螺旋葉序をシミュレーションするプログラムを作成した。

【方法】

カクタススケルトンの構造は右上がりの平行螺旋の数ℓと螺旋の勾配 t、左上がりの平行螺旋の数 m と螺旋の勾配 s によって決まり、これらをまとめて（ℓ, m, t / s）と表す。これをもとにカクタススケルトンの 2 次元展開図（**図 1**）を描画した。図 1 の平行螺旋の交点にある葉序の穴以外の領域を三角分割し（**図 2**）、円筒状に 3 次元変換して、カクタススケルトンの 3 次元画像を得た。

【結果】

ユーザーが入力した（ℓ, m, t / s）により描画される図 1 では、右上がりと左上がりの平行螺旋、及び左上がりの葉序螺旋が表示されている。必要に応じて平行螺旋の交点の葉序番号やボロノイ図を表示でき、描画する線の太さや色も変更できるようにした。3 次元画像（**図 3**）では回転や遠近ズームも可能にした。

また各種パラメータによる葉序の計算結果（**表 1**）を見ると、（7, 4, 2 / 1），（7, 4, 3 / 2），（8, 5, 2 / 1）はシンパー・ブラウンの法則に当てはまった。しかし（10, 6, 2 / 1），（14, 4, 3 / 1）のようにℓと m に約数がある場合、即ち螺旋葉序が複数ある場合はこの法則が当てはまらなかった。これらのことは表 1 以外のパラメータで試しても同様の結果が得られた。

表 1　葉序 ϕ の計算結果

(ℓ, m, t / s)	葉序 ϕ
(7, 4, 2 / 1)	5 / 18
(7, 4, 3 / 2)	8 / 29
(8, 5, 2 / 1)	8 / 21
(10, 6, 2 / 1)	5 / 26
(14, 4, 3 / 1)	5 / 23

1）黄金比： $\frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1.61803\cdots$　　**2）フィボナッチ数：** $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n\ ;\quad F_0 = F_1 = 1$

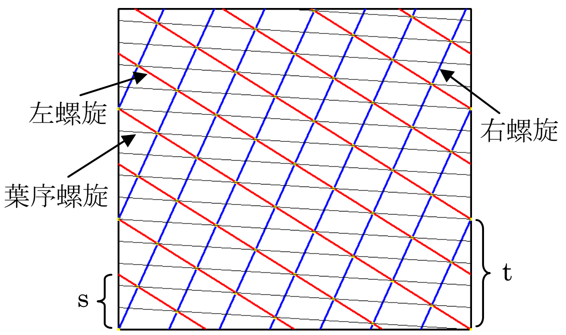

図 1　カクタススケルトン（7, 4, 2 / 1）の 2 次元展開図

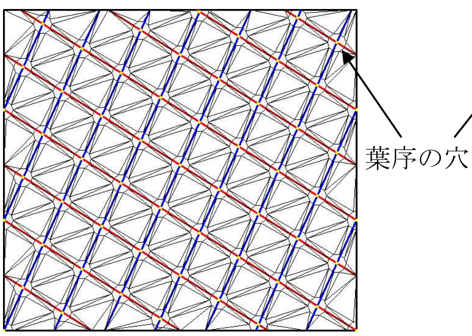

図 2　3 次元画像作成の三角分割

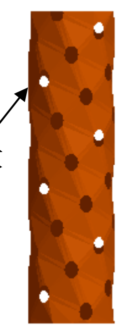

図 3　カクタススケルトンの 3 次元画像