

○青山智夫\* (宮崎大) 長嶋雲兵(産総研) 神部順子(江戸川大) 中山榮子(昭和女子大)  
\* E-mail: t0b217u@cc.miyazaki-u.ac.jp; aoyama\_t@cc.miyazaki-u.ac.jp

## 1. 目的

大気は数十  $\mu\text{g}/\text{m}^3$  の浮遊粒子状物質 (Suspended Particulate Matter, SPM) を含む。SPMは従来ディーゼルエンジンなどの内燃機関から発生するものと考えられていたが、2007年以降流入してくる汚染大気が光化学反応を起こし二次的に発生するSPMが無視できなくな

った。2008~9年の宮崎市自治学院観測点のSPM濃度を示す(図1)[1]。紫外線の強い季節にSPM濃度が高く、フーリエ解析では30日以上長周期の波が観測され、直流成分も1年間で $27.7 \rightarrow 30.1 \mu\text{g}/\text{m}^3$ と増大した。SPM濃度が減少に向かっている傾向はない。

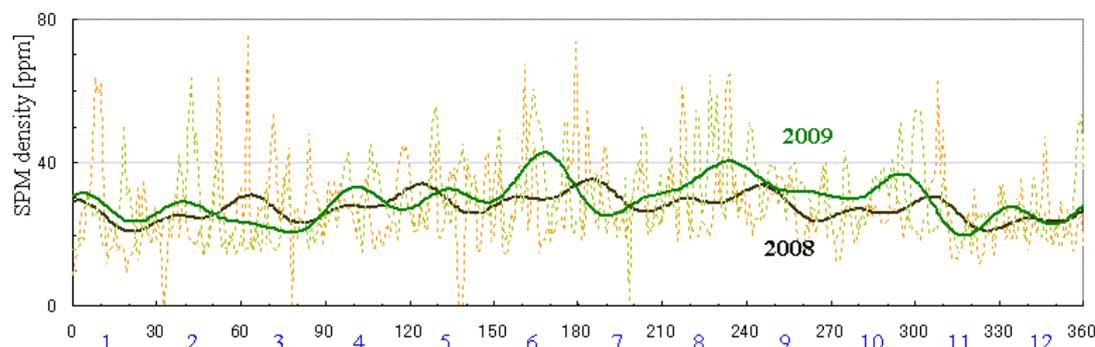


図1 2008~9年の宮崎市自治学院観測点のSPM濃度，点線は1日の平均値[ppm= $\mu\text{g}/\text{m}^3$ ]，曲線はその平均値をフーリエ変換し周期30日以上波を逆フーリエ変換で合成した。横軸の単位は日と月。

SPMのこの状況から我々は大気中の不可視のSPM分布を画像化すべくデジタルカメラ画像の潜像を研究した。

## 2. 方法

カメラ画像の水平線方向についてCCDベイヤー配列出力(RGGB値12bit)を $(R+2G+B)/4$ で平均化し得られた有限ベクトルを $[0, 2\pi]$ 区間としてフーリエ変換する。変換係数の特定周波数成分から逆フーリエ変換により画像を再構成する。この方法によると光学系の周辺光量や太陽方向の輝度傾斜分を自動除去でき高周波成分のCCD熱雑音が軽減する。それらの「雑音収差」に埋もれ検出困難であった潜像が検出できる。検出能は市販ソフトの約16倍(実効)である。本技術を大気中のSPM分布(波動)に応用した。

宮崎市では2009年秋以降SPM濃度は通常 $30 \sim 60 \mu\text{g}/\text{m}^3$ で、太陽方向の空は白い散乱光で輝いている。過日の澄んだ青空は見られない。日中の月が見出せる快晴の空の画像を図2に示す。SPMは見出せない。それをフーリエ変換・逆変換し4~128倍周期の成分を画像化すると図3を得る。希薄SPM流が検出できる。太陽方向の空から推測されるSPMの存在が、反太陽方向の空の中に検出できた。

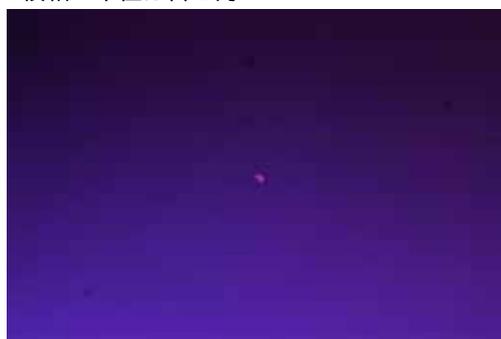


図2 宮崎大学上空2010/2/23, 15:58の空月の高度45deg方位85deg, 眼視的なSPMは無い Pentax K100D super, FA 50mm, ISO200.

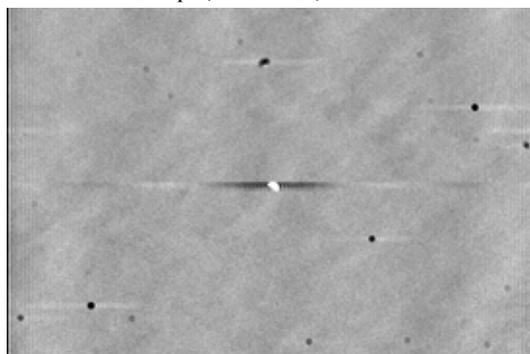


図3 図2をフーリエ変換し周期4~128の波を再合成し検出されたSPM潜像。小黑丸はCCDの欠陥部

### 3. 潜像検出法

雑音の有限フーリエ変換を,

$$f(t) = \sum_{n=1}^N A_n \cos(\omega_n t) + B_n \sin(\omega_n t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi, n=1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

と書く。周波数ベクトルを  $\{P_n\}$  と書く。

$$P_n = (A_n^2 + B_n^2)^{1/2}, \quad (2)$$

である。白色雑音では,

$$DC = \int f(t) dt = 0, \text{ 任意の添字 } i, j \text{ について } P_i = P_j, \quad (3)$$

である。しかし計算機で擬似乱数を生成すると,

$N = O(\xi)$  で  $DC \sim O(-\xi + 1)$  である。 $O$  は order の略である。

雑音の中に周波数  $\omega_g, g = \text{整数}$ , の正弦波が存在する

$$F(t) = C \sin(\omega_g t) + (1-C)f(t), \quad 0 \leq C \leq 1, \quad (4)$$

と書く。 $\sin(\omega'_g t)$  波を乗算器で作用させると [2]

$$F(t) \sin(\omega'_g t) = C \{ \cos((\omega_g - \omega'_g)t) - \cos((\omega_g + \omega'_g)t) \} / 2 + (1-C)f(t), \quad (5)$$

When  $\omega_g = \omega'_g$ ,

$$F(t) \sin(\omega_g t) = C \{ 1 - \cos(2\omega_g t) \} / 2 + (1-C)f(t), \quad (6)$$

$$\int_0^{2\pi} F(t) \sin(\omega_g t) dt = (C + 2B_g) / 2\pi, \quad (7)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} B_g \rightarrow 0, \quad (8)$$

であるから式(7)[3]から十分長い観測により雑音中の波の強度  $C$  が計測できる。これが Lock' in アンプの原理である。実際に計算機により 1 回測定の実シミュレーションをすると表 1 を得る。

表 1 Lock' in Amp. simulation

Noise	Signal (SN)	Int. of Eq. (7) & O(6)	error
0.9	0.1 (-20dB)	0.10	0%
0.95	0.05 (-26dB)	0.051	2%
0.99	0.01 (-40dB)	0.0010	0%
0.995	0.005 (-46dB)	-0.0060	20%

原因は 1 回測定 = 乱数では式(3)が成立せず式(8)が成立しないためである。より小さな  $C$  の信号を検出するためには複数回測定するか、式(7)の数値積分の gain を上げるしかない(ただし雑音の  $DC=0$  は導入可)。式(7)は雑音を含む総和計算であるから信号強度の大きい区間(時間域)で accumulation することが望ましい。ゆえに式(6)の  $\cos$  の項が効き  $0 \leq \{1 + \cos(2\omega_g t)\} \leq 2$  であるから,

$$\int_0^{2\pi} F(t) \sin(\omega_g t) dt = \kappa \sum_{1 \leq \{1 + \cos(2\omega_g t)\} \leq 2} F(t) \sin(\omega_g t), \quad (9)$$

とすべきである。 $\kappa$  は定数でこの場合は 1.22203094 である。乗算器の作用は種々ある。3 体ならば,

$$F(t) \sin(\omega_g t) \cos(\omega_g t) = C \{ -\cos((\omega_g + \omega_g' - \omega_g'')t) + \cos((-\omega_g + \omega_g' + \omega_g'')t) + \cos((\omega_g - \omega_g' + \omega_g'')t) - \cos((\omega_g + \omega_g' + \omega_g'')t) \} / 4 + (1-C)f(t), \quad (10)$$

式(10)は様々な唸り現象を連想させるが実用になりそうなものは少なく,

$$\omega_g = \omega_g' = 2\omega_g'', \omega_g = 2\omega_g' = 3\omega_g'', \quad (11)$$

などである。 $DC=0$  を併用し帯域を狭くし accumulation

して  $N = O(6, 7)$  で  $SN = -70, -130 \text{ dB}$  ( $|err| < 6\%$ ) である。

これ以上の SN を望むのならば 2, 3 体唸りの係数 1/2, 1/4 を対策する必要がある。これらの係数が生じるのは正弦, 余弦波で唸りを生成させるためである。

$$h(t) = \{ +1 (0 \leq t \leq \pi), -1 (\pi \leq t \leq 2\pi) \},$$

$$h'(t) = \{ 1 (0 \leq t \leq \pi/2), -1 (\pi/2 \leq t \leq 3\pi/2), 1 (3\pi/2 \leq t \leq 2\pi) \}, \quad (12)$$

の矩形波では,

$$\int_0^{2\pi} F(t) h(t) dt = 4C + (1-C) \int_0^{2\pi} f(t) h(t) dt, \quad (13)$$

である。式(13)の第 2 項は雑音の矩形波乗算結果(チョップされた雑音)の全区間の積分である。ゆえに  $DC=0$ , 0 である。式(13)方式で, 計算機により 1 回測定の実シミュレーションをすると表 2 を得る。

表 2 Lock' in Amp. Simulation of Eq.(13)

SN	Error in $N = O(7)$
-100dB	$1.6 \times 10^{-11} \%$
-140	$6.2 \times 10^{-11}$
-180	$3.0 \times 10^{-7}$
-220	$4.2 \times 10^{-5}$
-260	$2.5 \times 10^{-3}$
-300dB	4.3%

$SN = -300 \text{ dB}$  は雑音/信号 =  $1/10^{-15}$  である。実数 8Byte の有効数字の限度に達している。

### 4. CCD出力信号のフーリエ変換

市販カメラの受光素子数は一方向  $O(3 \sim 4)$  である。出力信号値(ベイヤー配列形式)を得るにはメーカー提供の RAW 現像ソフトは十分でなく, 天体写真用の StallaImage (AstroArts co.ltd.) などを用い一旦 32bit 実数の FITS 形式に変換する。このとき RGB 値を平均し monochrome 画像にする。それには太陽方向の輝度傾斜成分が含まれるので線形最小二乗法で除去する。その結果の有限ベクトルをフーリエ変換する。式(2)の  $P_1$  は光学系の周辺光量,  $P_{2-3}$  は background である。その成分を除き  $P_{4-128}$  を逆フーリエ変換で合成する。空中に渦がある場合は  $P_{8-256}$  である。合成像は均一な灰色の画像である。それをコントラストを 4~20 倍に強調し中間色が輝度 128 前後になるようにする。本法は市販 photographic editor では不可能な CCD 潜像の可視化に適用する。像の dynamic range は 8bit jpeg 画像の  $2^{4+2} = 64$  倍(理論値)である。

### 文献

- [1] 環境省大気汚染物質広域監視システム(そらまめ); Atmospheric Environmental Regional Observation System: AEROS), <http://soramame.taiki.go.jp/Index.php>. 本システムは大気汚染状況の実況である。
- [2] 森口, 宇田川, 一松「数学公式II」岩波全書 p.184.
- [3] 吉田ほか「応用数学便覧」丸善 p.310 有限次調和分析