1O11

３次元行列の試み　3D Matrices

〇鳴海　英之（Hideyuki NARUMI）
元北大院

1)普通の行列は、２次元の正方形か、長方形のみに要素をならべて行列が作られます。(長方形行列似ついては行列式は定義されない)。此れにならって、３次元行列では、立方体か、直方体の頂点か内部の交点に配置された要素のみを扱うとします。

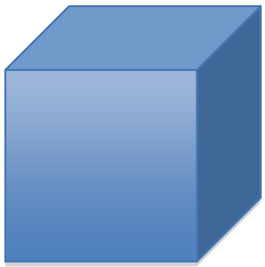
2)３次元に配列した行列要素集合である３次元行列を、そのまま行列式として計算できる定義は、今のところありません。また、３次元行列をそのまま積として計算できる定義もありません。従ってここでは、３次元行列を既知である２次元行列になんとか縮約するやり方をとります。この際、３次元の要素は全て、和又は関の形で２次元行列の要素に取り込みます。

3)3 次元行列の定義から、２次元行列への縮約

（例）PET MODEL 2x2x2 立方体

上（二階）の要素
x=a221　y=a222
z=a211　u=a212

下（一階）の要素
X=a1２1　Y= a1２2
Z=a1１1　U=a12１



これらは、縮約によって２次元行列にできます。従って、従来の算法で行列式を計算できます。
むろん固有値問題も設定出来ますがいまのところ、固有値の物理的、化学的意味は不明です。

a)　和定義

上下の要素を足し合わせ縮約しますと：
a=x+X, b=y+Y, c=z+C, d=u+U,

２次元行列は
$Mat = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 。これには、当然二階の要素と一階の要素が混じっています。
行列式は Det= ad-bc　です。

b）積定義

e=xX, f=yY, g= zZ, h=uU.. これも縮約の一種で、2 次元行列 $Mat = \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix}$ に出来ます。
行列式は　Det = eh – gf です。

以上の和と積の取り扱いは、立方体のいわば上方から見た扱いで、右方から左方へ、または、前方から後方への扱いでは、表式が異なります。上に定義した３次元行列の特徴と考えるべきかもしれません。

行列を定義出来るのは、上の PET MODEL 2 x2x2 立方行列ばかりでなく、たとえば３x３x２長方行列などでも同じです。後者の場合、異方性は顕著です。

4)積について。
（例）中央に「へそ」にあたる交点要素があっても、たとえば３x３x３という３次元要素からは、３x３とう２次元行列が縮約されて出来ます。また、(2x3x4)３次元要素からは、ある方向から３x4 行列が縮約されて出来ます。３x３行列と３x４行列は、当然かけ算出来て、３x４行列を得ることなります。この３x４縮約行列は、３x４xX(X は、２以上の任意の自然数)３次元要素に対応します。
２次元行列でも、mxn 行列は、n xX（X は任意の自然数）行列を相手にしてしか積は定義されません。(ただし、直積は此の制限にはあてはまりません)。

（３次元行列の演算ができないか、というのは細矢治夫先生によりかなり以前になされた提言です）