

世代の起源.....Heisenberg 方程式から Schroedinger 方程式へ

○鳴海 英之 (元北大院)

We changed a mass formula obtained by the Heisenberg Method in to the one expressed by Schrodinger style and tried to clarify its physical meanings including of the origin of generations.

KEY WORDS: Heisenberg Equation, Schroedinger Equation, Kinetic and Potential Energy, Generations

1. 初めに. この小論では、3世代の電子類(荷電 LEPTON 即ち e, muh, tau)の質量のみを扱い「世代」の起源を探求したいと思います。「世代」の存在は大きな謎と言われており、その根本的な解明は、大変難しいでしょうが、この小論でその第一歩を見つけたいと考えます。上記の3世代粒子の質量の間には、7桁にも及ぶ極めて精密な関係が見出され、「小出の式」として知られています [1][2].

$$m_1 + m_2 + m_3 = (2/3) (\sqrt{m_1} + \sqrt{m_2} + \sqrt{m_3})^2 \dots (1).$$

此の式は、cyclic な 3x3 行列 $\begin{bmatrix} A & B & C \\ C & A & B \\ B & C & A \end{bmatrix}$

を用いた固有 VECTOR (Heisenberg)方程式を用いて調べられています[3]. (素)粒子は、S3の対称性を持つので、

上記固有方程式の解は、次の(2)式ようになります。 $\lambda_n \equiv \sqrt{mn}$ と置きます。

$$\mu \equiv \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{3}; \quad \eta = \sqrt{2} \frac{1}{2}, \delta = \frac{2}{9};$$

$$\sqrt{mn}/\mu \equiv \frac{\lambda_n}{\mu} = 1 + \eta \cos(\delta + 2n\pi/3) \dots (2), \quad n = 1, 2, 3. \quad 2\pi/3 \equiv c.$$

ここで、 η と δ は parameter で経験的に得られたもので、上では分数で表現しました[3]. 式(2)(無次元)を使えば、(1)式を数学的に証明できます。

単なるmなら,Dirac 方程式になるはずですが、 \sqrt{m} であるので、以下の(3), (7)のような2階の相対論的 Schrodinger 方程式を仮定します[4].

n=1,2,3 は、3つの世代を表す世代数です.n=0の時 cosの中身は δ となります。

2. 計算. (2)式の第2項を, Schroedinger 方程式 $\Psi^* H \Psi = \Psi^* E \Psi \dots (3)$,

$H = K + P \dots (4)$ の Potential Energy P と仮定します.すなわち,

$$P = \left(\frac{\eta}{2}\right) (\exp i(\delta + nc) + \exp -i(\delta + nc)) \dots (5).$$

つまり、「世代」を説明するために、粒子(電子)にあえて scalar な内部構造を持たせます。

粒子は、相対論的であるとします. 以下、波動関数(場)は、

$\Psi = \exp(ix)\exp(iy)\exp(iz)\exp(iu) \dots (6)$ であるとします. この場を仮定すると、後述の Kinetic Energy が1になります。

x, ..., u は座標です。

Kinetic Energy は、 $K = -\left(\frac{1}{2}\right) \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial u^2}\right) \dots (7)$ で与えられます。(6)と(7)から、

$\Psi^* K \Psi = 1 \dots (8)$ を得ます。(8)式のように、経験式(2)の第1項の1を表す事ができました。

これで、少なくとも上記の諸仮定を認めれば、固有 VECTOR 方程式が相対論的 Schrodinger 方程式で表されたことになるでしょう[4].

上に述べたような、2階の偏微分で表された Kinetic Energy に Potential Energy を加える表式は、量子化学でも見られます[5].

3. 考察. 難問と言われる「世代」を説明する為に、内部構造が無いとされる電子類の表式に、経験値を再現する為に scalar な Potential を付け加えました。「世代」の起源を Potential の相違

に帰した事については,更に議論の余地があるでしょう.

$n=0$ の場合の実測値は,得られておりません.その意味は,「世代」の存在と共に,質量を与える Higgs Boson の場によって将来解明されるでしょう.

[1]Y.Koide,Lett.NuovoCim.34,201(1982).

[2]Y.Koide, Phys.Lett.B120,161(1983).

[3]C.A.Brannen, http://brannenworks.com/MASSES_2.pdf.(2006).

[4]W.N.Cottingham and D.A.Greenwood, An Introduction to the Standard Model of Particle Physics, Cambridge University Press (1998),sec.3.5.

[5]H.Hosoya, RyoosiKagaku,Saiensusha(1980), sec.2.7.